

Fisica & Finanza



Tributo di alcuni ragazzi in Via Panisperna
a **Franco Rasetti**:
uno de “**I ragazzi di Via Panisperna**”



La Fisica ENTRA in Banca

a cura di
Alessandro Conciarelli
e
Luca Giaccherini

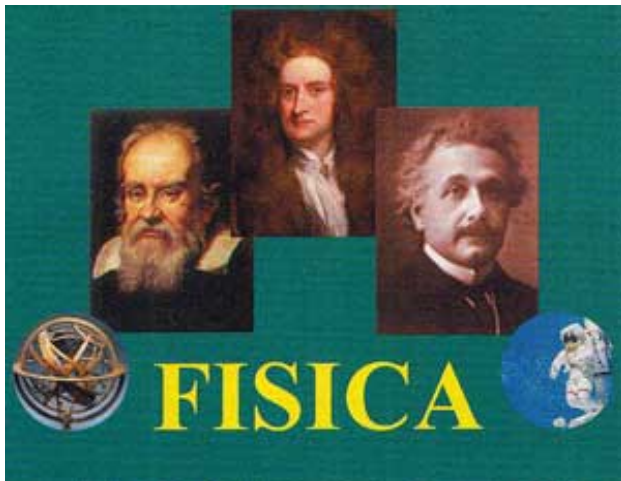


Le opinioni espresse dagli autori sono personali e
non rappresentano necessariamente quelle
dell'istituzione per cui lavorano

Cosa unisce

la Fisica

e la Finanza?

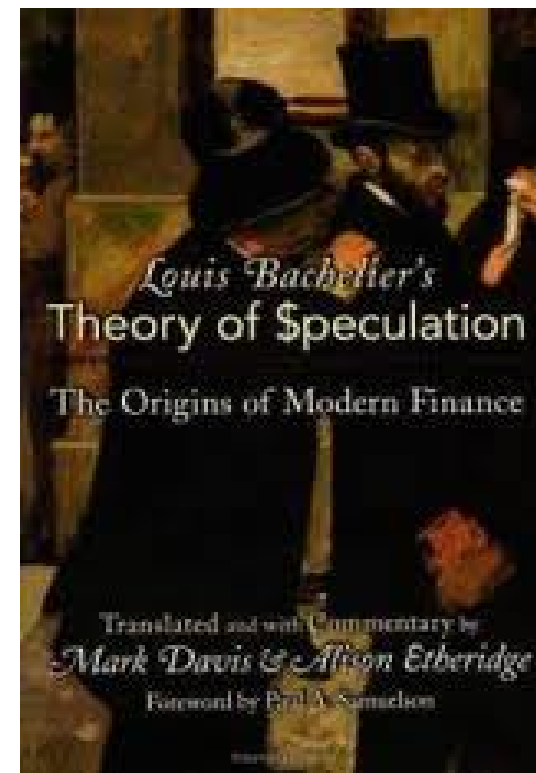


la modellistica matematica

Louis Bachelier (1870-1946)

matematico francese

- Nella tesi di Dottorato, presentata nel 1900, sviluppò l'intuizione:
"I prezzi dei titoli si muovono in maniera casuale e imprevedibile, secondo un **moto Browniano** che ha una **distribuzione Gaussiana**."
- Ottenne il dovuto apprezzamento solo **60 anni** dopo, quando le sue intuizioni furono applicate da Osborne e Samuelson, utilizzando i nuovi modelli matematici sviluppatasi nel frattempo (tra cui i **processi di Wiener**)



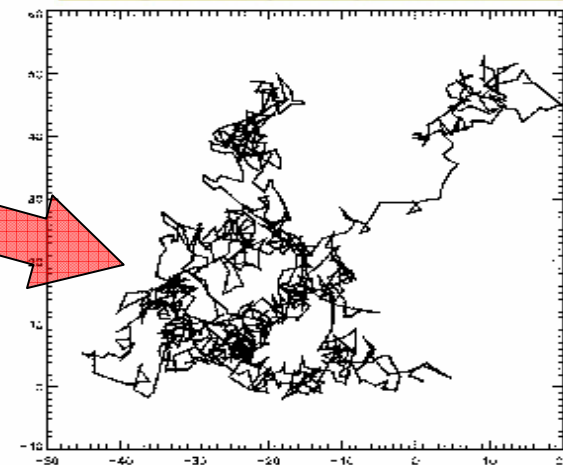
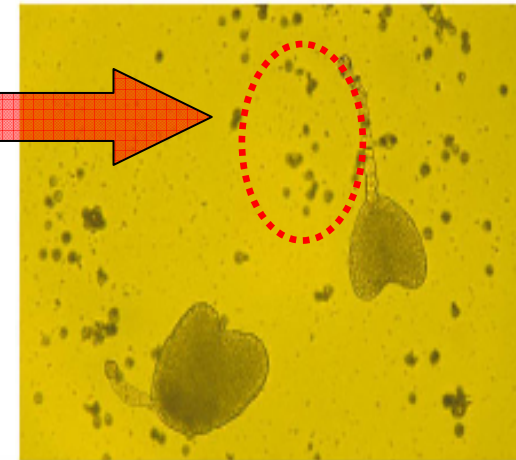
Robert Brown (1773-1858)

botanico scozzese

Moto Browniano



- Durante osservazioni al microscopio, nel 1827, notò delle particelle di polline muoversi continuamente in maniera casuale e imprevedibile sulla superficie di un liquido: “in ogni istante il moto avveniva lungo direzioni casuali”



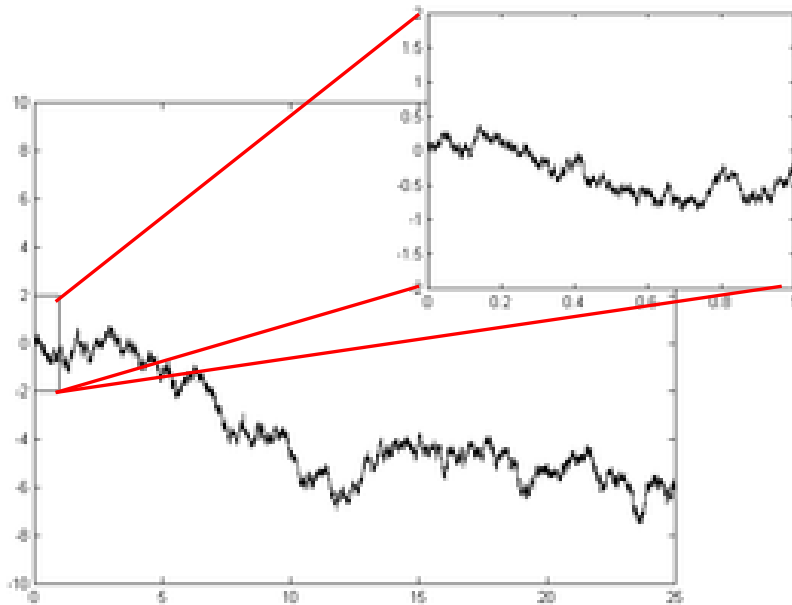
Norbert Wiener (1894-1964)

matematico statunitense



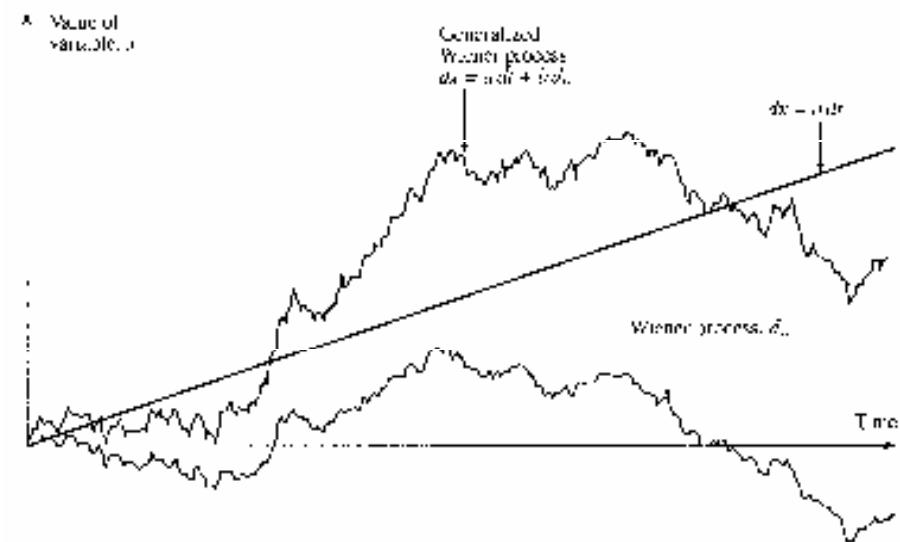
Moto Browniano e processo di Wiener

- Nel 1923 diede forma matematica al concetto di Moto Browniano
 - Invarianza di scala



- Moto con una **variabilità** attorno ad una **tendenza**

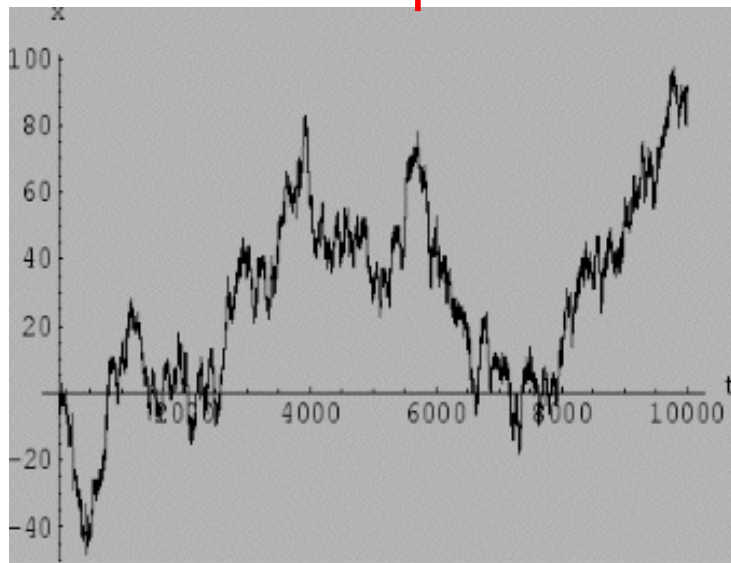
Figure 12.2 Generalized Wiener process with $a = 0.3$ and $b = 1.5$.



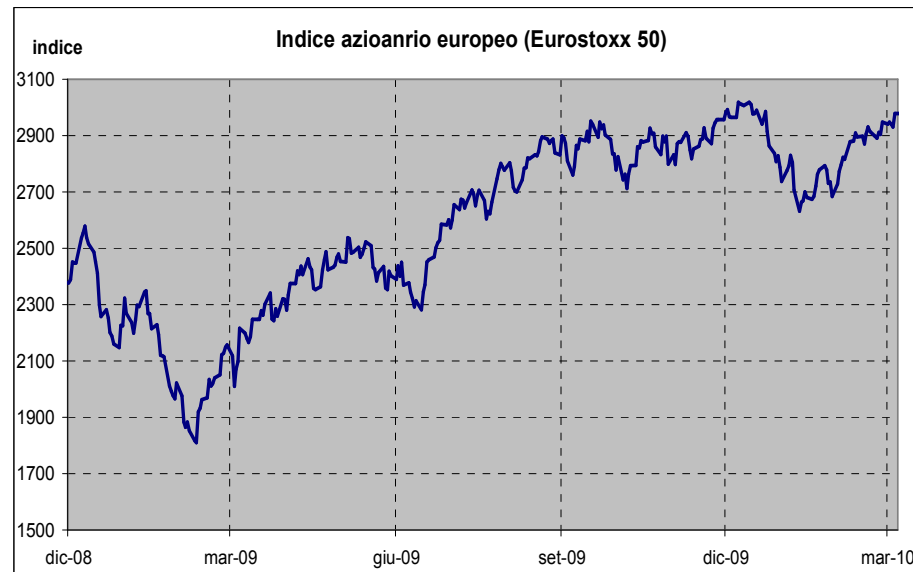
Analogia: moto “particelle” e andamento “azioni”

- Il modello matematico di Wiener è stato inizialmente utilizzato in Finanza, per la somiglianza tra il moto di una particella e l'andamento dei prezzi dei titoli in Borsa.

Moto di una particella



Prezzo di un'azione



Carl Friedrich Gauss (1777-1855)

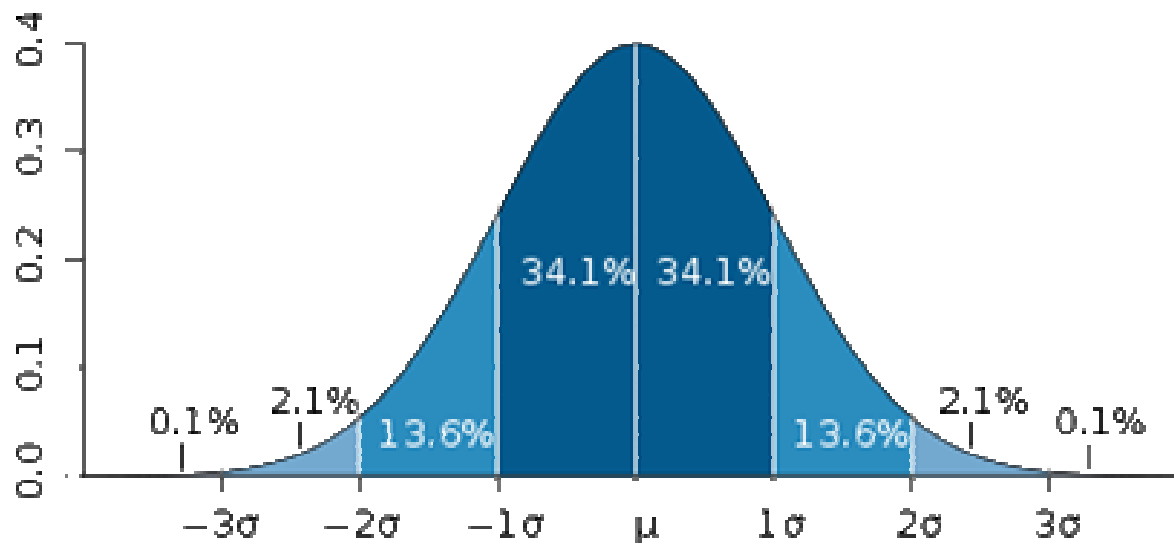
matematico tedesco



Distribuzione Gaussiana

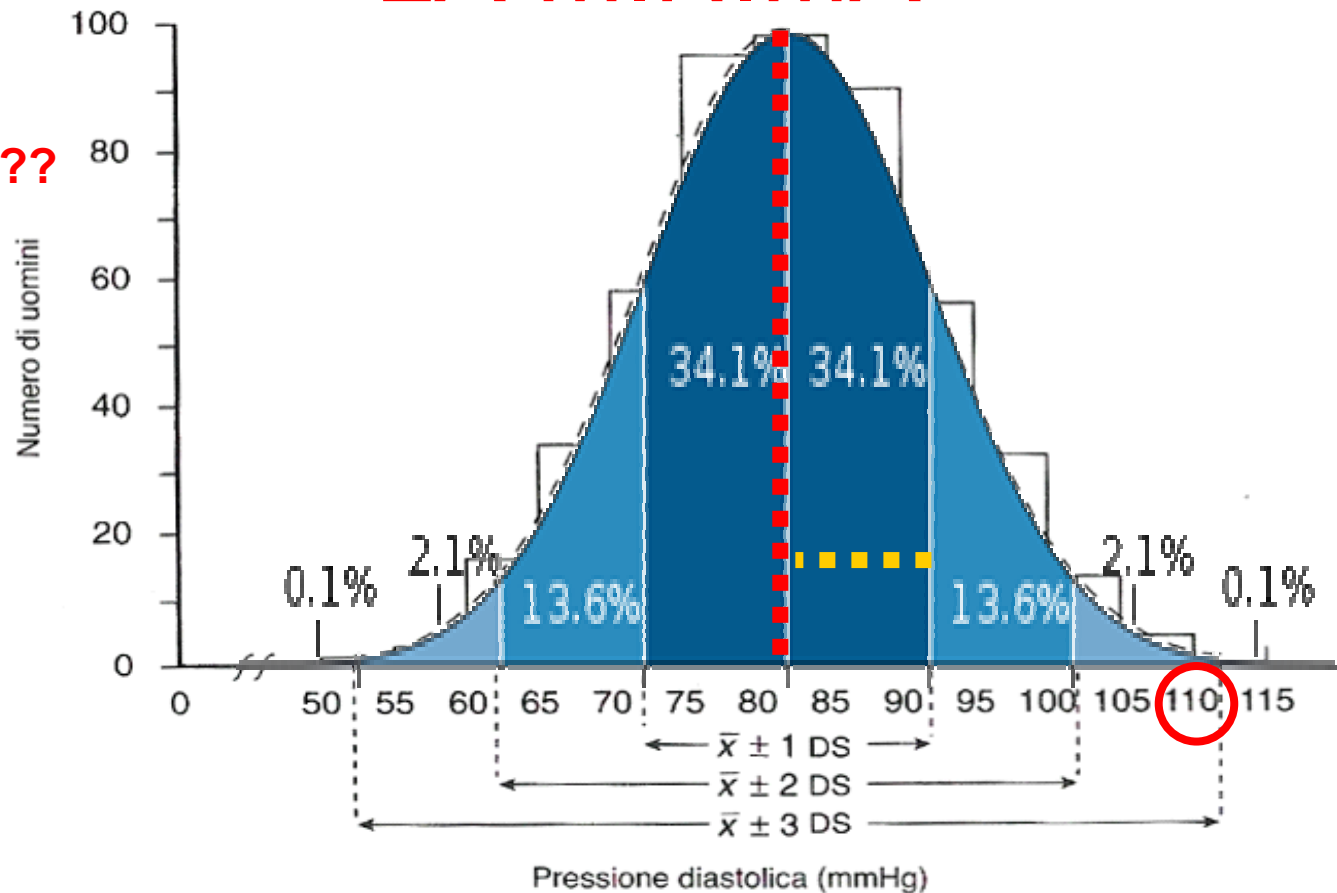
Molti fenomeni naturali assumono la forma di una “**distribuzione normale**” o **Gaussiana**:

- fenomeni biomedici (colesterolo, **pressione arteriosa**);
- fenomeni antropometrici (statura, peso, ecc.);
- fenomeni fisici (misure del periodo di un pendolo, ecc.).



Distribuzione della **pressione arteriosa** “LA MINIMA”

COME LA
USA IL
DOTTORE??



Per descrivere tutta la distribuzione di un fenomeno, sono sufficienti solo **2 numeri** (parametri):

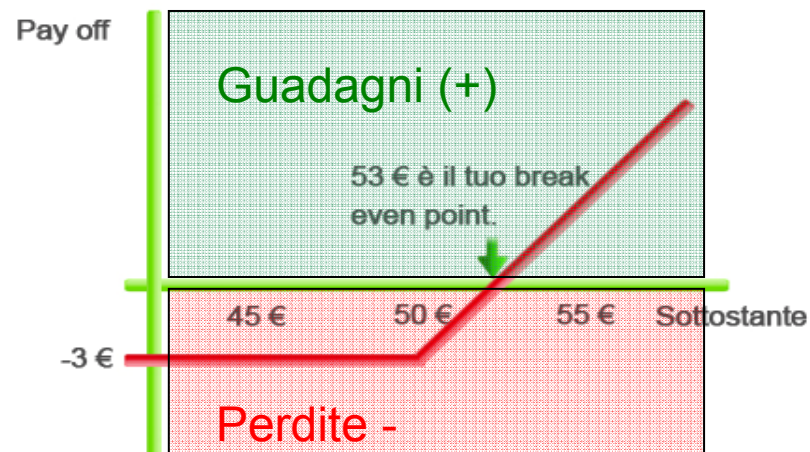
- la **Media**: è l'entità media del fenomeno (**80**);
- la **Deviazione Standard (VOLATILITA')**: è lo scostamento medio delle singole osservazioni rispetto alla media (**10**).

- Cosa facciamo con gli **STRUMENTI della Fisica?**
- Ci aiutano a **valutare le opzioni...**
- **Ma cos'è un'opzione???**

Le opzioni Call

Un' **opzione** è come **l'assicurazione auto**:

- Si paga un **premio** (*prezzo dell'opzione*) affinché l'**assicuratore** (*la controparte*) **paghi** quando si verifichi l'evento "incidente" (*prezzo dell'azione superiore al prezzo d'esercizio dell'opzione*)

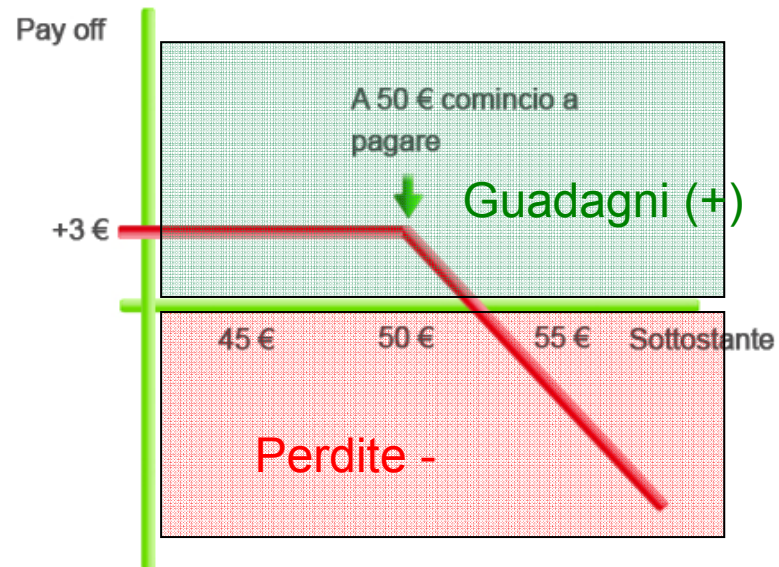


ACQUISTO OPZIONE:

Facoltà di acquistare un titolo ad un prezzo predeterminato (Strike Price, prezzo di esercizio)

GUADAGNI (+) ILLIMITATI

PERDITE (-) LIMITATE



VENDITA OPZIONE:

Obbligo di vendere un titolo ad un prezzo predeterminato (Strike Price, prezzo di esercizio)

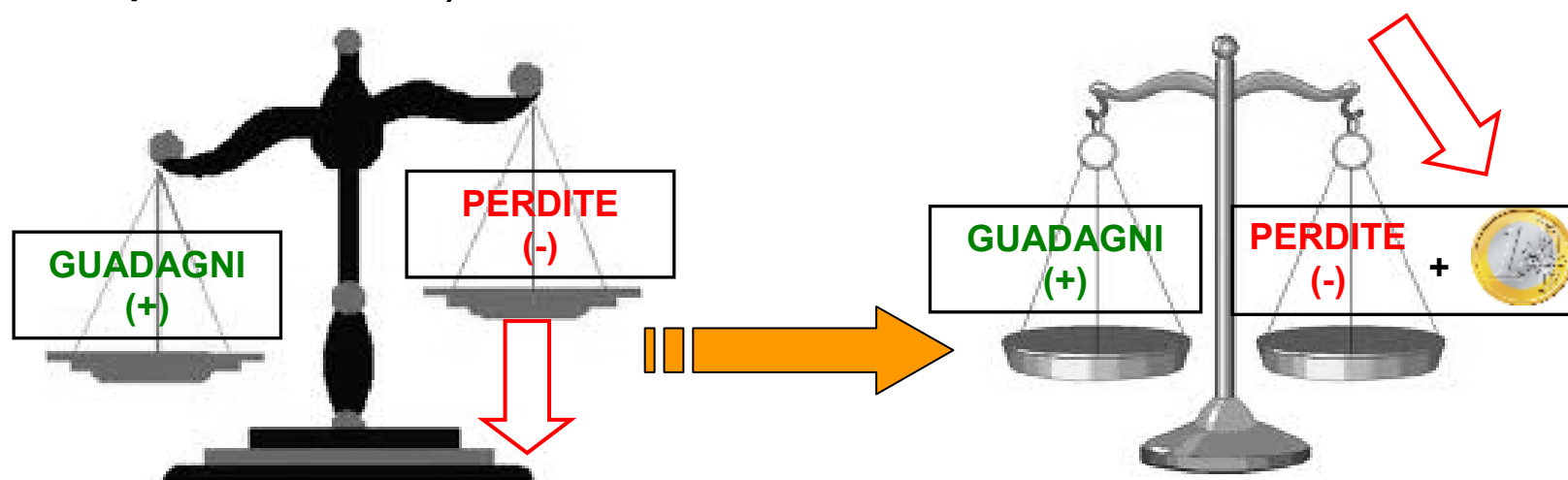
GUADAGNI (+) LIMITATI

PERDITE (-) ILLIMITATE

Valutare un'opzione 1

Il prezzo dell'opzione riporta in equilibrio le condizioni asimmetriche del contratto d'opzione:

perdite LIMITATE a fronte di **guadagni ILLIMITATI** (per l'acquirente call)

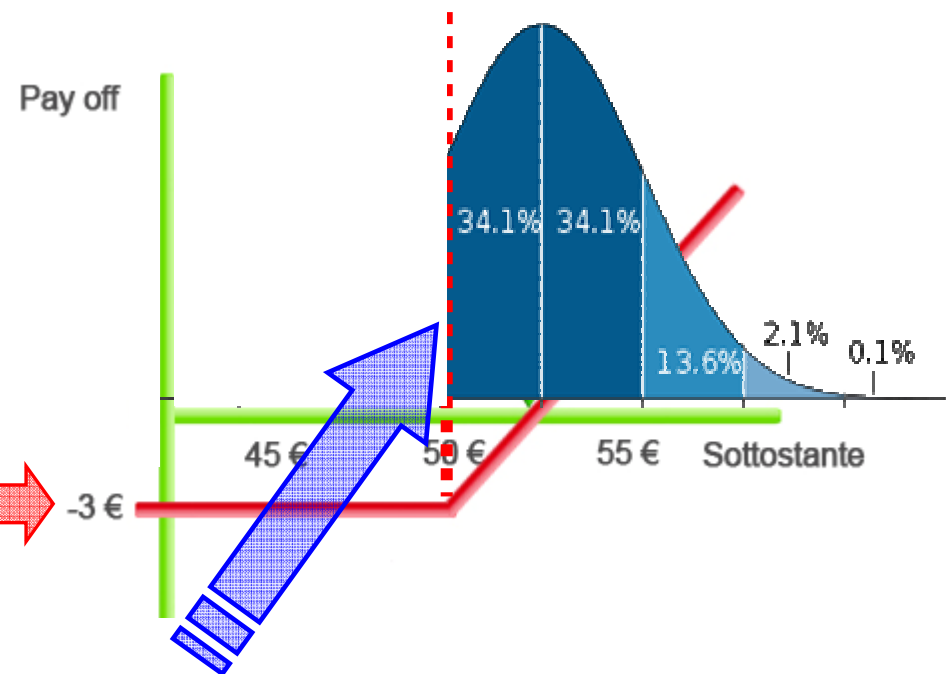


- Per valutare un'opzione ci sono 2 metodi:
 - **Simulazione** dei possibili prezzi azionari
 - **Formula matematica**

Valutare un'opzione 2

- Il prezzo corretto dell'opzione è pari alla somma (attualizzata ad oggi) di tutti i possibili guadagni a scadenza moltiplicati per la probabilità che questi si verifichino.

Prezzi	Guadagno Medio (a)	Probabilità (b)	Guadagno atteso (a) X (b)
50			
52,5	1,25	34,1%	0,4
56	4,25	34,1%	1,4
58	7	13,6%	1,0
62	10	2,1%	0,2
Prezzo opzione			3,0

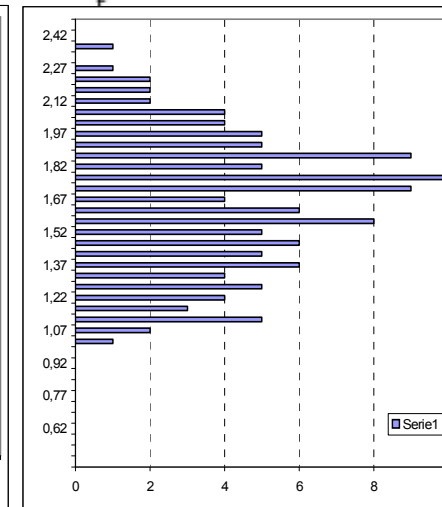
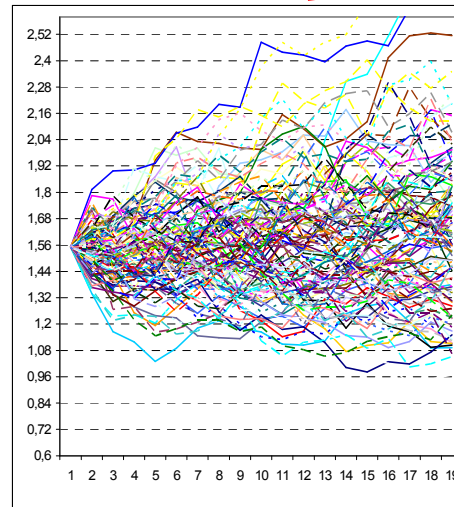
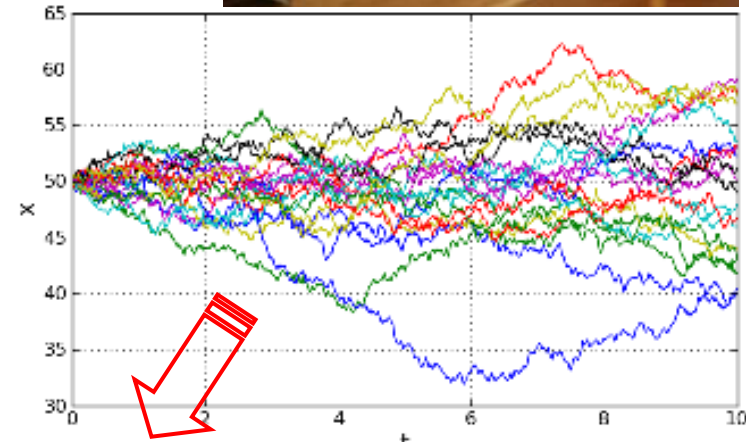


- Abbiamo bisogno di calcolare la distribuzione dei prezzi dell'azione, e possiamo farlo in 2 modi:
 - Simulazione dei possibili pezzi azionari
 - Formula matematica

Metodo di simulazione Montecarlo



1. Vengono **simulate tantissime volte** (almeno 10.000) le possibili evoluzioni del **prezzo** di un'**azione** secondo il **processo di Wiener** (moto con tendenza e variabilità casuale)
2. così da poterne calcolare la **distribuzione** e ottenere la **probabilità** di ogni possibile **guadagno** in caso di esercizio a scadenza



Black & Scholes (Merton) economisti americani

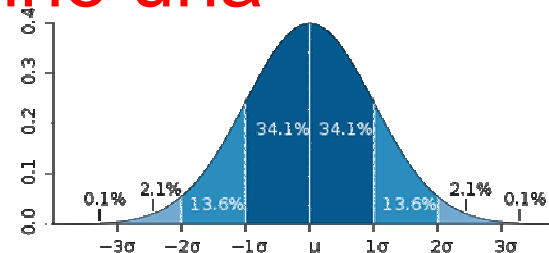


(Premi Nobel per l'Economia nel 1997)

- Nel 1973 mutuano la formula dalla Fisica:
Equazione diffusione del calore in termodinamica
- Conoscendo la **volatilità** di un titolo si **calcola**
con **una "semplice" formula** il **prezzo corretto**
dell'opzione senza la necessità di migliaia di
simulazioni al computer

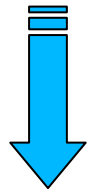
$$C(S, t) = S_t N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2)$$
$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_t}{K} + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right) (T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}}; \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t}$$

- IPOTESI SOTTOSTANTI IL MODELLO:
 - I rendimenti azionari hanno una
distribuzione Gaussiana



Cause del successo della Formula di Black & Scholes (Merton)

- La formula giusta nel momento storico giusto: dopo venti anni (dal '50 al '60 di stabilità e crescita (cambio lira/dollaro molto stabile)
- Saltano accordi di Bretton Woods nel **1972: convertibilità dollaro/oro**
- **Il serpente monetario** salta nel **1973**, data la forte volatilità nelle valute
- **crisi petrolifere 1974 e 1978** portano inflazione e rialzo tassi d'interesse e volatilità nelle materie prime inizio di un periodo di forte instabilità economica, quindi **volatilità**.



- Serve uno **strumento rapido** e **matematicamente affidabile** (NO arbitraggio) per **valutare le opzioni**: poiché queste diventano lo strumento per gestire le oscillazioni delle quotazioni di tassi d'interesse, valute, azioni, materie prime.

La FORMULA DI BLACK & SCHOLES

- Scholes e Merton vincono il Premio Nobel per l'economia nel 1997.

La volatilità diventa un indice importate

- Inserendo nella Formula di Black & Scholes:
 - il prezzo dell'opzione quotato sul mercato
- e gli altri parametri noti:
 - il prezzo dell'azione quotato sul mercato
 - il prezzo d'esercizio dell'opzione
 - il tasso d'interesse (0,5%)
 - la scadenza dell'opzione (1 anno)
- Si ottiene:
 - **LA VOLATILITA' IMPLICITA NELLE QUOTAZIONI DI MERCATO = 6%**
 (rappresenta la sintesi di tutte le aspettative degli operatori presenti sul mercato)
- **IL MODELLO TEORICO PREVEDE UNA VOLATILITA' UNICA PER TUTTE LE OPT**

3 52,5 50

$$C(S, t) = S_t N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_t}{K} + \left(r + \frac{1}{2} \sigma^2 \right) (T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}}; \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T - t}$$

...ma non sempre tutto fila liscio



- Al pari di ogni teoria fisica un ruolo cruciale è svolto dalle ipotesi
 - *Non si può chiedere alla “realtà finanziaria” di seguire il “modello teorico”*
- Al crescere della complessità dovrebbero aumentare le competenze di utilizzatori e «consumatori finali»!!!
 - *Il modello APPROSSIMA la realtà, DEVE AIUTARE a prendere le decisioni. Le decisioni NON DEBBONO essere prese SOLO sulla base del modello.*



Il crollo del mercato azionario del **1987**

La crisi russa del **1998**

La “bolla Internet” del **2000**

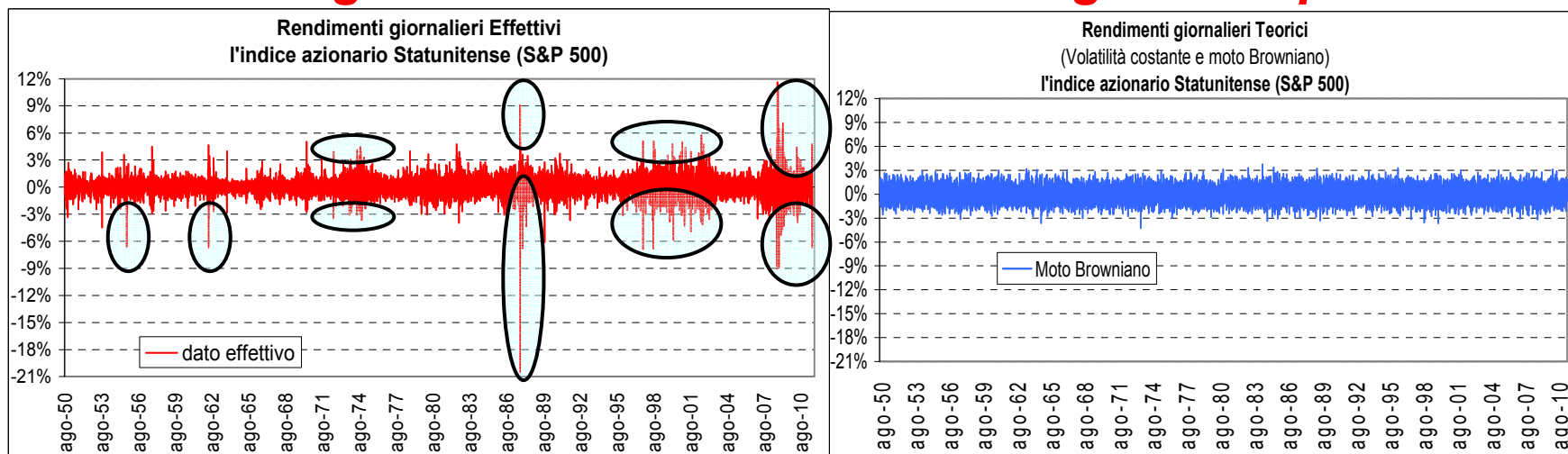
Il fallimento Lehman Brothers del **2008**

L'attuale crisi del debito sovrano del **2011**



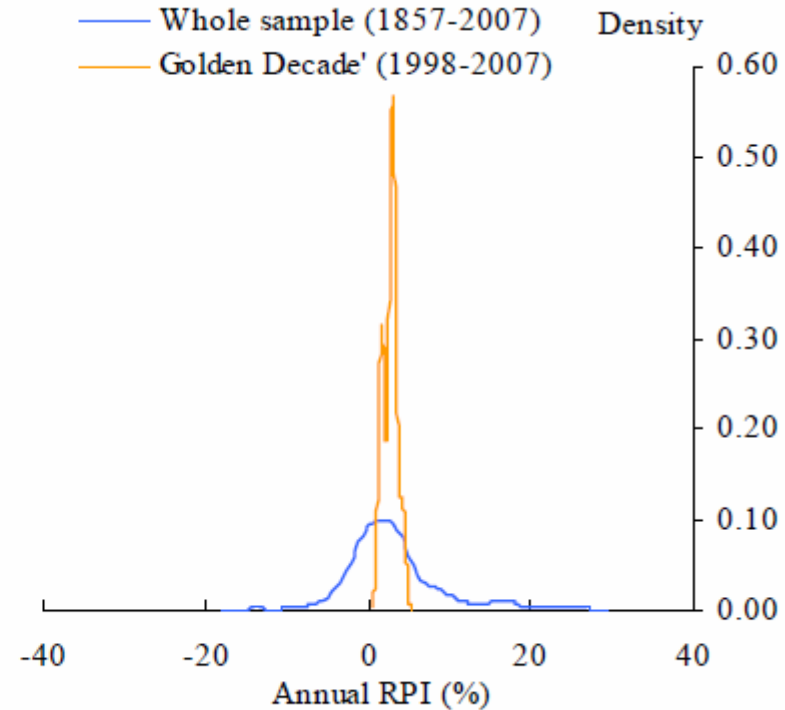
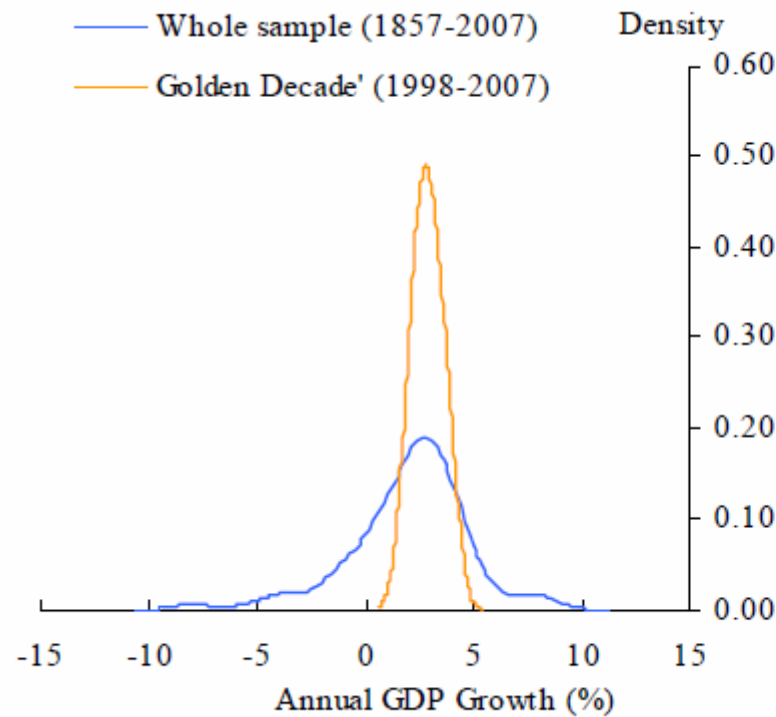
se il modello della **distribuzione gaussiana** fosse **perfettamente affidabile nel prevedere** l'evoluzione dei **mercati finanziari**, ognuno di questi eventi avrebbero dovuto verificarsi una volta ogni **milione di anni...** mentre si presentano più spesso...

E' sbagliato il modello? O sono sbagliate le ipotesi?



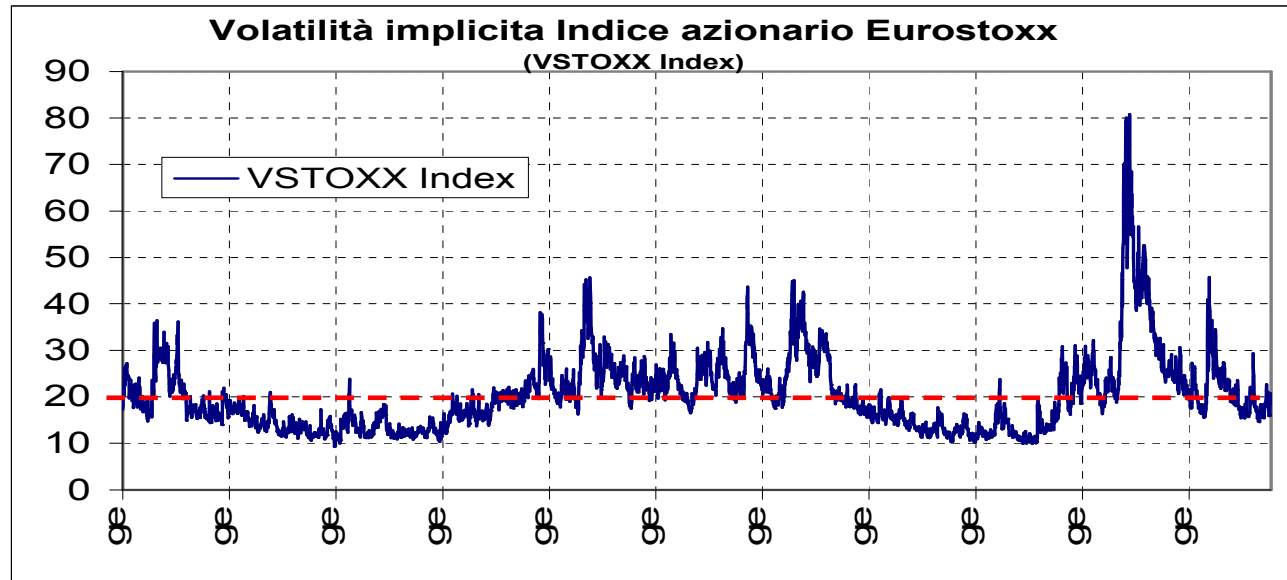
Rischio di eventi estremi

- “stiamo osservando degli eventi che sono **25 deviazioni standard** lontani dalla media, e per parecchi giorni di fila” (A. G. Haldane, *Why banks fails the stress test*, Bank of England 2009)



Volatilità varia nel tempo

- **La volatilità non è costante nel tempo** come vorrebbe il modello teorico di Black & Scholes
- **il prezzo** della azioni alcune volte **si muove a salti**

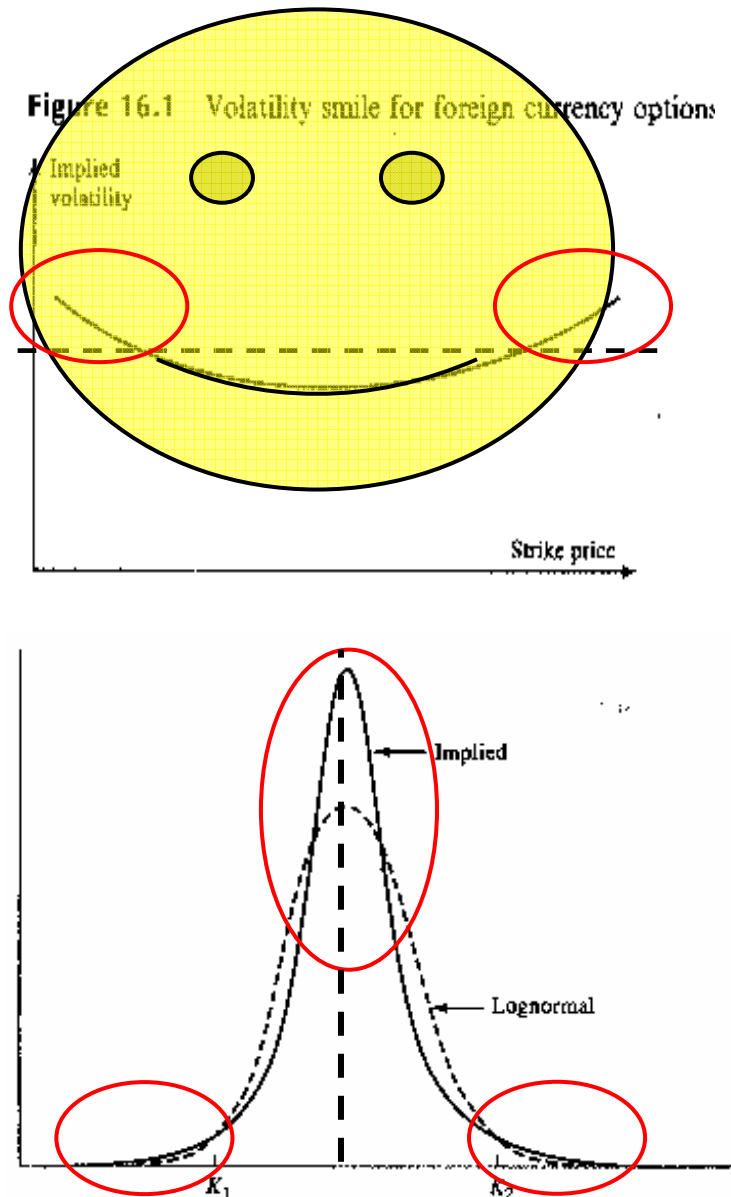


Le risposte del mercato agli eventi estremi:

- Aggiustamenti (**martellate**) al modello teorico Black & Scholes
- Utilizzo di nuovo modelli teorici più complessi:
 - **Modello con volatilità variabile nel tempo** (Modello Heston)
 - **Distribuzioni con “code grasse”** (Pareto, Mandelbrot)

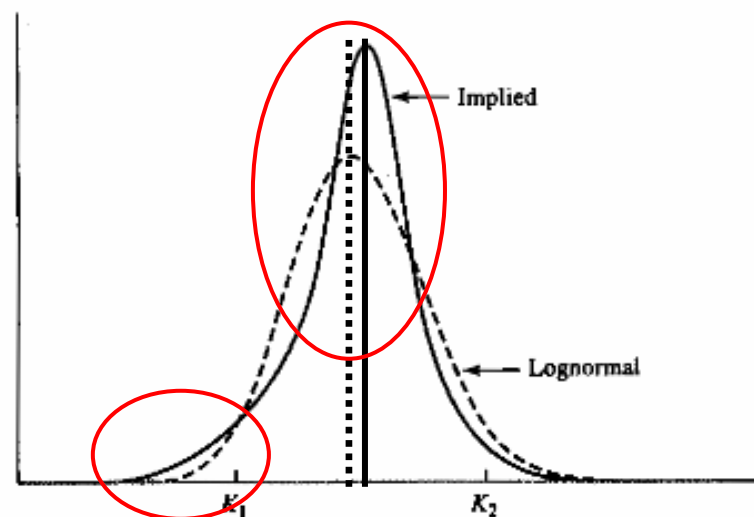
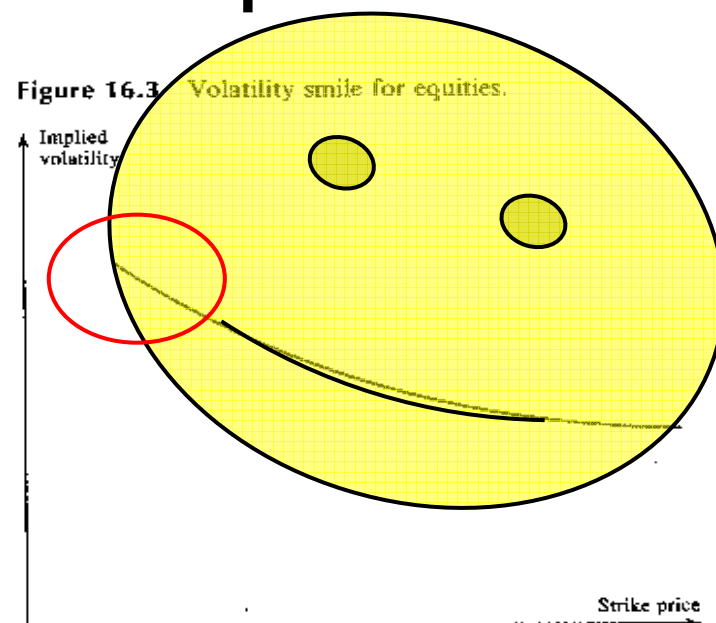
Le risposte del mercato agli eventi estremi 1

- Aggiustamenti (**martellate**) al modello teorico:
 - Il **“sorriso”** della Volatilità (Volatility Smile)
- Le opzioni più lontane ai corsi attuali di borsa hanno un prezzo più alto che, nel modello B&S, implica una volatilità più elevata rispetto alle opzioni con prezzi d'esercizio prossimi ai correnti prezzi di borsa
- Traducendo tali quotazioni nella distribuzione di probabilità implicita dei ritorni azionari si nota come la distribuzione implicita presenti code più spesse “grasse” e maggiore probabilità al centro, rispetto alla distribuzione normale (con volatilità costante)
- La **distribuzione implicita così è** più **simile alla realtà** che si riscontra sui **mercati finanziari** (distribuzione empirica)



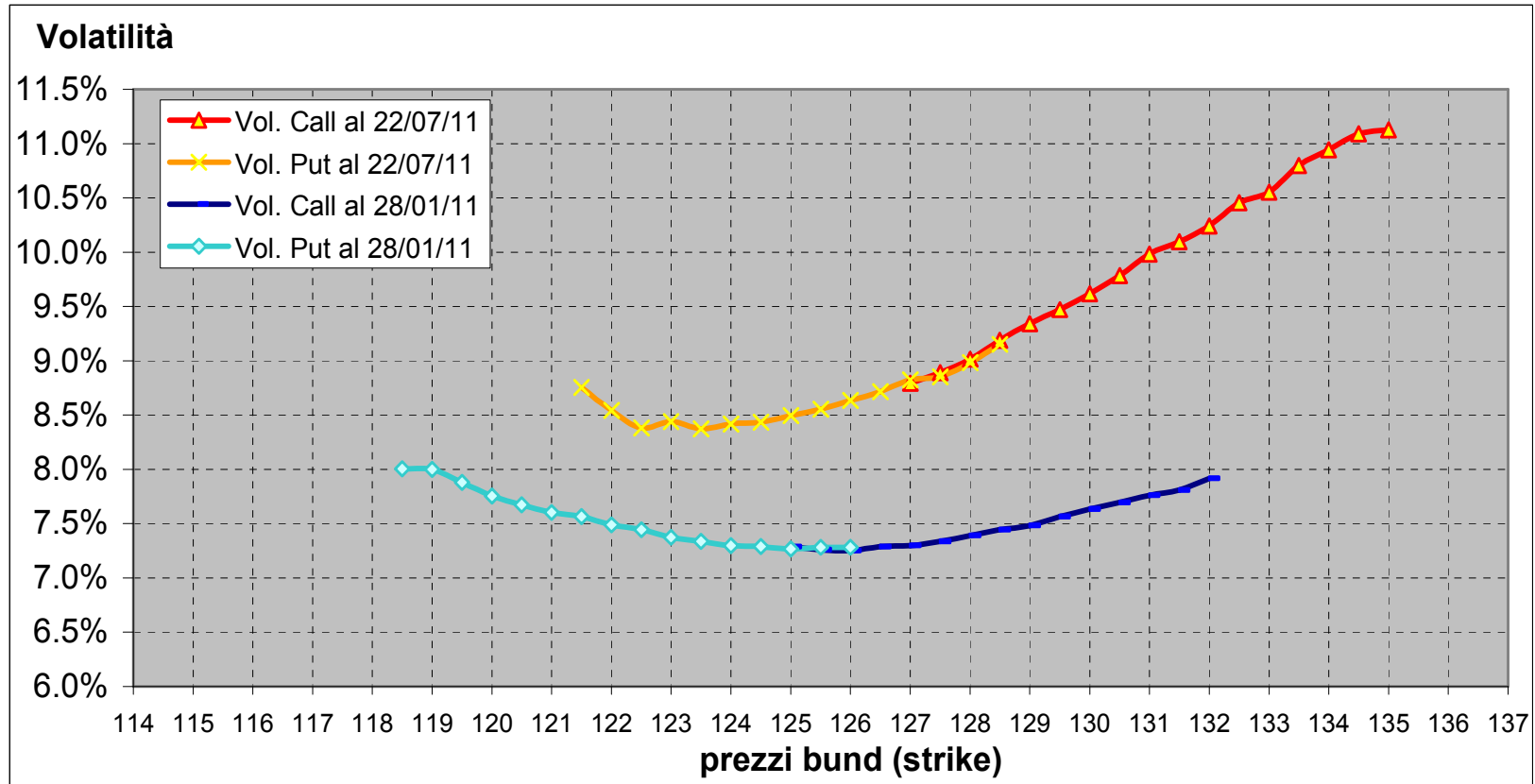
Il “sorriso” della Volatilità per le azioni

La volatilità delle azioni ha un andamento asimmetrico poichè riflette la maggior probabilità e ampiezza delle diminuzioni dei prezzi delle azioni rispetto alla salita, che si riflette nella distribuzione implicita dei prezzi, che in questo modo è maggiormente in linea con l'effettiva distribuzione che si riscontra nella realtà per le azioni.



Un caso reale e attuale della volatilità

Volatilità implicita nelle opzioni Bund (Future su titoli di stato tedeschi)



Elaborazioni proprie su dati fonte Bloomberg

Le risposte del mercato agli eventi estremi 2

- Modelli teorici più complessi:
 - Modelli con volatilità variabile nel tempo (Heston Model)
 - Modelli con distribuzioni non Gaussiane (**code grasse**) (Fat Tails) (Mandelbrot, Pareto)

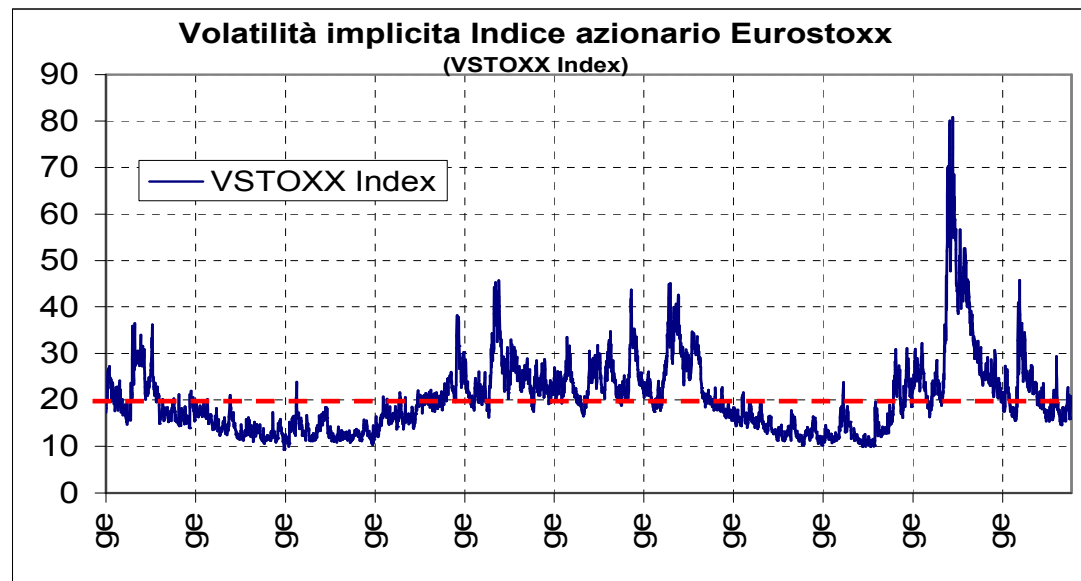
Le risposte del mercato agli eventi estremi 2

modelli teorici più complessi

Modelli con volatilità variabile nel tempo (Heston Model)

- Al modello di Black & Scholes si associa un altro pezzo che tiene conto del variare nel tempo della volatilità:

il modello di Heston assegna una probabilità più alta agli eventi estremi così come si riscontra nella realtà e quindi prezzo più corretto alle opzioni.



Vilfredo Pareto (1848 - 1923)

ingegnere-economista italiano

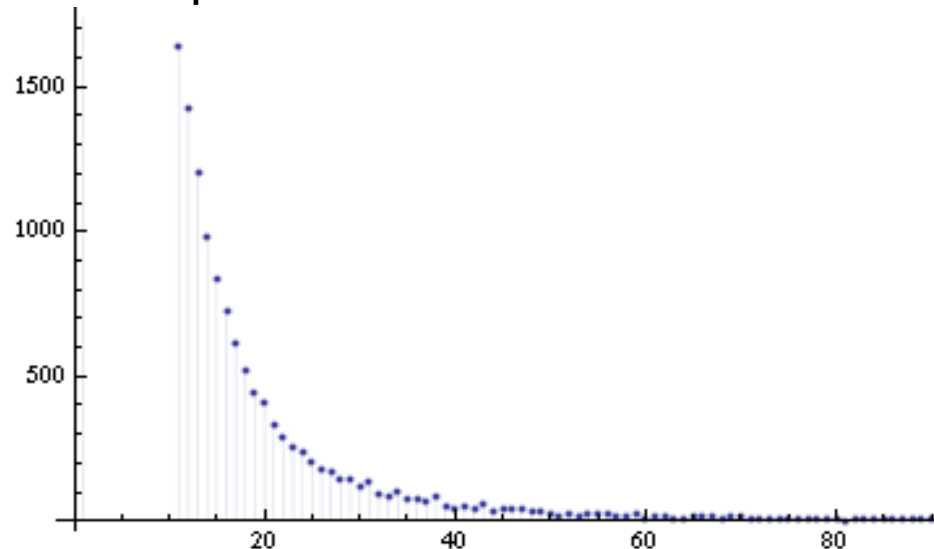
modelli teorici più complessi
Distribuzioni con “code grasse”

Pareto ad inizio 1900 notò molti fenomeni sociali (la **proprietà terriera** in Italia, Inghilterra, Irlanda, Germania e Perù) avere una **distribuzione diversa** dalla **Gaussiana**, con **code più spesse**.



TUTTAVIA

Le **distribuzioni di Pareto** sono **difficili** da trattare **matematicamente** (non è facile calcolare la volatilità); questo **impedisce l'utilizzo diffuso nelle scienze sociali** sino alle nuove scoperte matematiche di Mandelbrot e Levy



Mandelbrot (1924 - 2010)

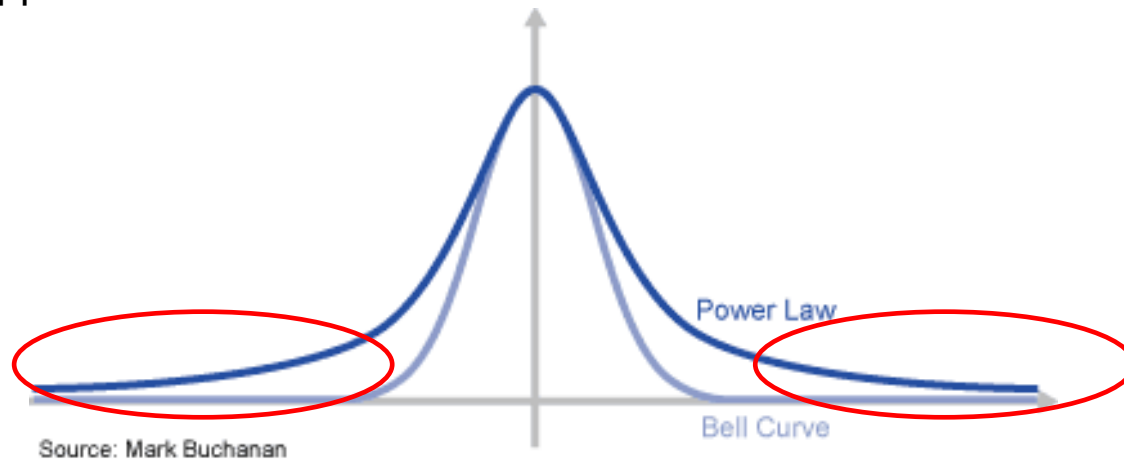
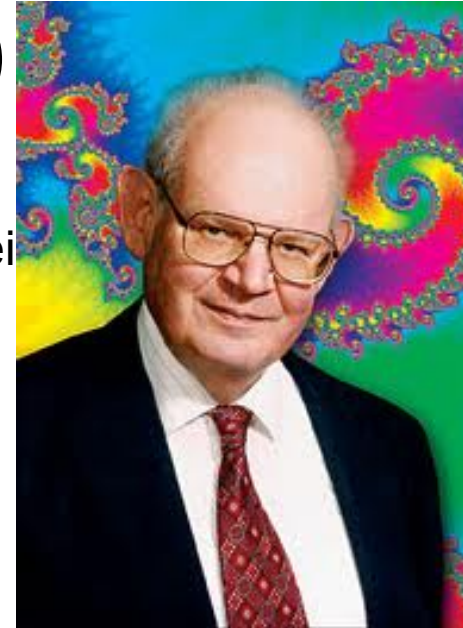
matematico franco/polacco

Ricercatore alla IBM analizzò negli anni '60 l'evoluzione dei **prezzi del cotone**: non avevano distribuzione Gaussiana, ma una con **code "grasse"**

(la sua matematica ha dato vita alla Geometria Frattale)

Controindicazioni delle distribuzioni di potenza o Levy:

- **Non** è possibile **calcolarne** la **volatilità** (secondo momento infinito) non hanno le proprietà della Gaussiana è difficile applicarle in Finanza



- **La conclusione ad oggi è: la distribuzione Gaussiana è adatta** per descrivere il **peso e l'altezza** delle persone, **non la loro ricchezza!!!**

L'UTILITA' ECONOMICA DELL'INNOVAZIONE FINANZIARIA

I risparmiatori investono in mercati difficili da raggiungere o riservati a grandi operatori (mercati emergenti: Brasile, Cina, Russia
valute: Dollaro, Lira Turca)

Offerta di prodotti per tutte le esigenze (creando una serie di prodotti tra i due estremi di Titoli di Stato e Azioni)

Combinare i prodotti consente di creare **strumenti "su misura"**

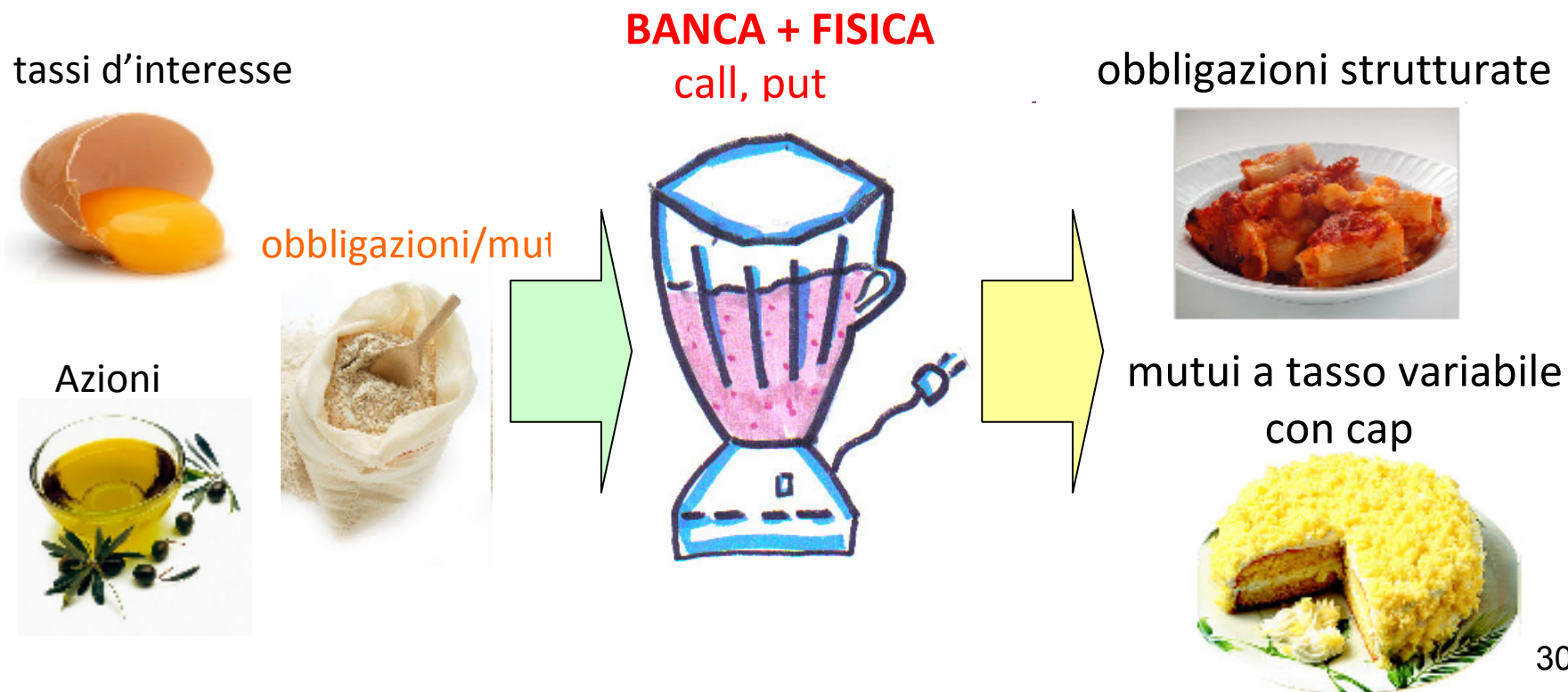
Le imprese con i prodotti derivati possono **diminuire l'incertezza** dei risultati **dell'attività economica** assicurandosi contro:

- l'aumento del costo delle **materie prime**
- la variazione dei **tassi d'interesse** e delle **valute**
- Le **opzioni**, da **prodotto di nicchia** per **"trader"** e **clienti sofisticati sono** diventate **oggi un prodotto presente** in molti **prodotti bancari**.
- sono passate **da un "prodotto artigianale"** come le auto d'epoca, alla dimensione industriale dei **"prodotti di massa"**: realizzate in serie e a ciclo continuo



ma c'è qualcosa di buono?

- L'ampio ricorso ai modelli matematici consente di creare prodotti finanziari che soddisfano le più diverse esigenze d'investimento



Prodotti finanziari con opzioni incorporate

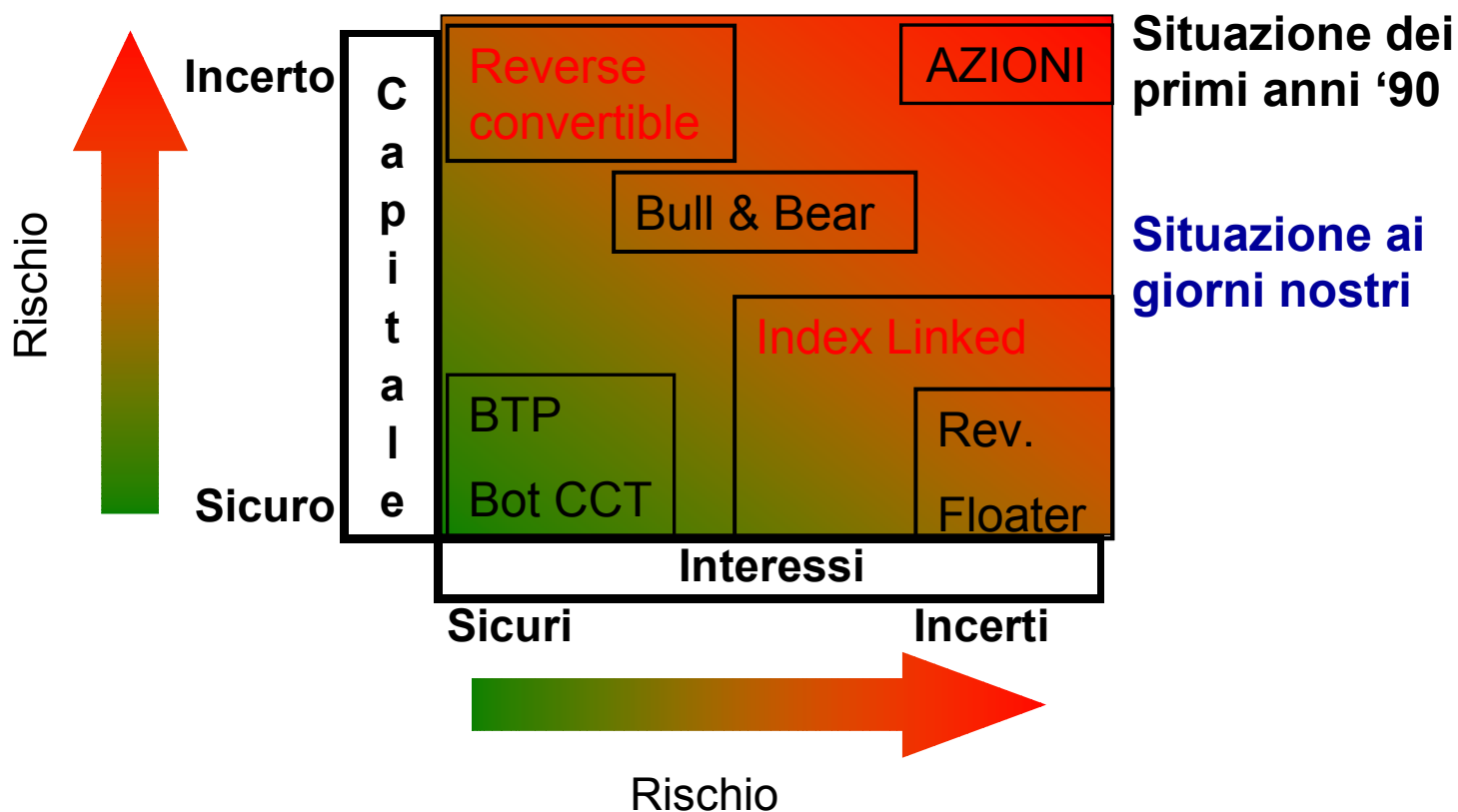
- **Prodotti per investitori privati (retail)**
 - Obbligazioni strutturate
 - Polizze Index Linked
- **Prodotti per aziende (corporate)**
 - Strumenti derivati per il rischio di tasso d'interesse (Cap, Floor, Collar)
- **Prodotti per investitori istituzionali**
 - Cartolarizzazioni
 - Strumenti derivati complessi

Come scegliere le Obbligazioni strutturate

Costruirsi “**l’abito finanziario**” su misura secondo le esigenze personali e la propensione al rischio

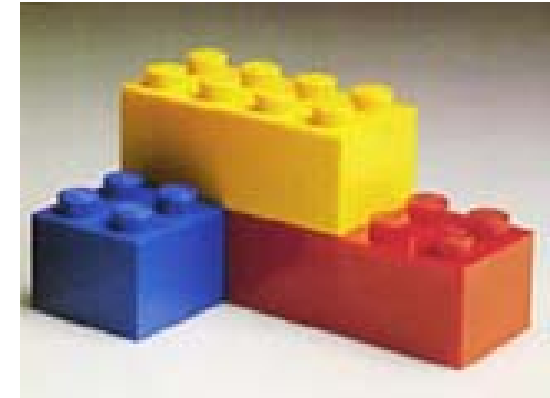
Aspetti da considerare nella scelta delle Obbligazioni strutturate:

- **Garanzia del capitale a scadenza**
- **Garanzia delle cedole**
- **Amplificazione rendimento dell’indice di riferimento (moltiplicatori)**
- **Rimborso anticipato del capitale**



Obbligazioni strutturate

Sono titoli composti da varie parti:
si montano i mattoni del LEGO!!

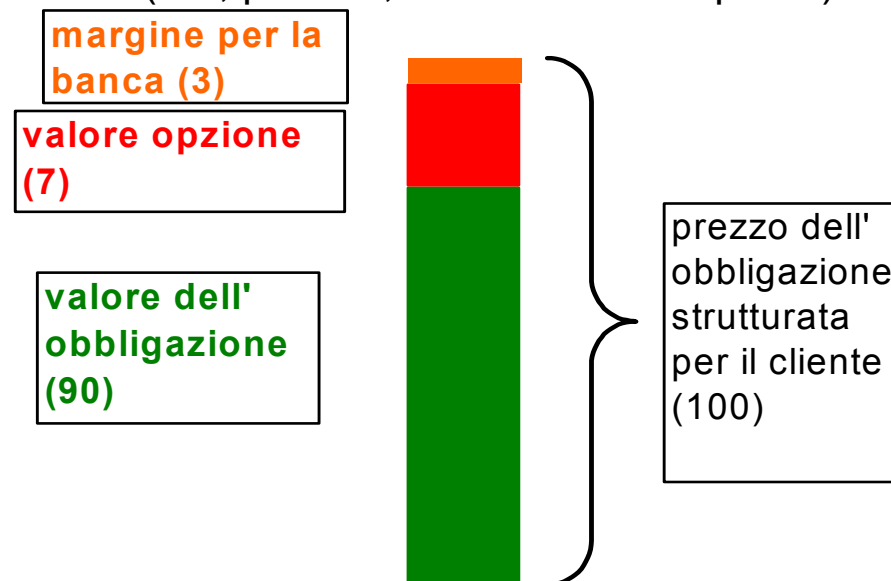


– **obbligazione** (interessi + capitale)

+

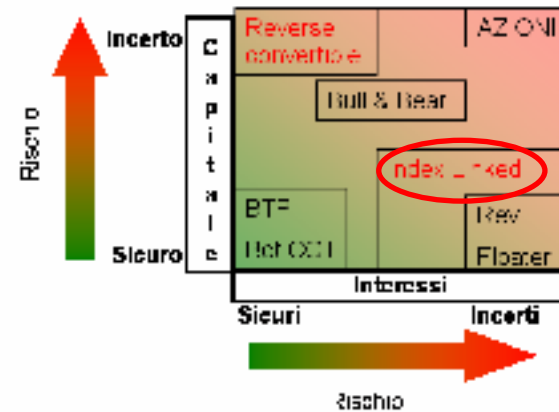
– **opzioni** (call, put) su

- **Indici azionari** (S&P 500, FTSE MIB Eurostoxx 50 ecc.)
- **Tassi d'interesse** (fisso variabile, breve lungo)
- **Valute** (Dollaro, Sterlina, Franco svizzero, Dollaro Australiano ecc.)
- **Materie prime** (oro, petrolio, indici di materie prime)

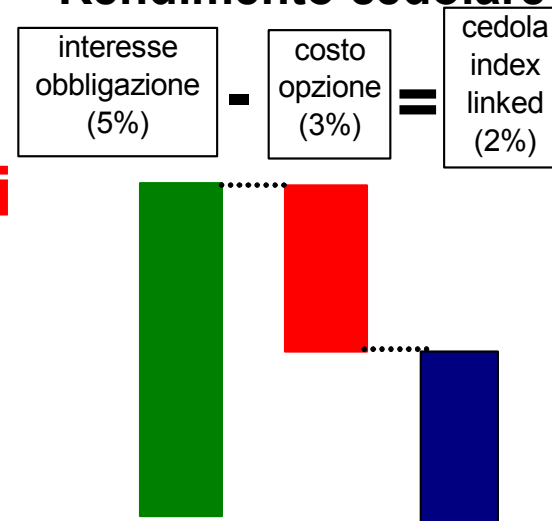


Esempio Index Linked

- Capitale: **garantito**
- Interessi: **non garantiti**
- obbligazioni che promettono all'investitore il **capitale iniziale** e un rendimento potenzialmente superiore alle obbligazioni tradizionali, **in cambio** però di una **cedola bassa**.
- il sottoscrittore sul capitale versato ha una **cedola inferiore a quella di mercato**, poiché **riceverà gli interessi meno il costo del premio dell'opzione call acquistata** su un titolo azionario, indice finanziario, ecc.



Rendimento cedolare

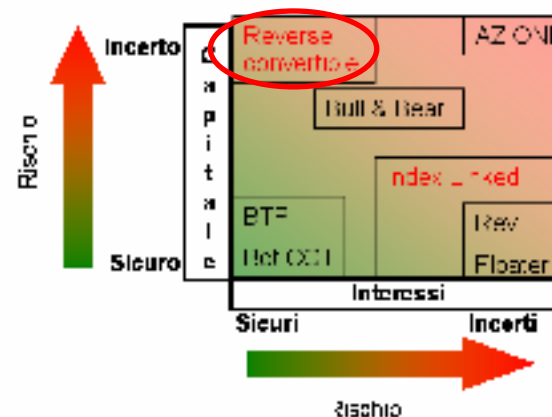


Con cedole garantite elevate
 Con cedole garantite basse

bassi rendimenti potenziali
 maggiori rendimenti potenziali

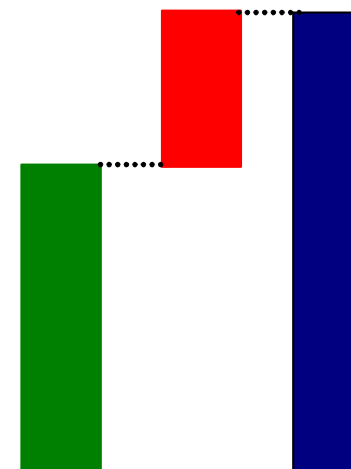
Esempio Reverse Convertible

- **Capitale: non garantito**
- **Interessi: garantiti**
- sono obbligazioni strutturate che promettono all'investitore una **cedola elevata, in cambio però del rischio di ricevere** alla scadenza un **capitale inferiore** all'investimento **iniziale**.
- il sottoscrittore otterrà un **rendimento allettante** poiché **riceverà** gli **interessi** sul capitale versato **più il premio dell'opzione put venduta** su un titolo azionario, indice azionario, ecc.
- sotto l'apparenza di un titolo obbligazionario particolarmente allettante, cela in realtà un investimento in **strumenti derivati rischiosi (VENDITA OPZIONI)**.



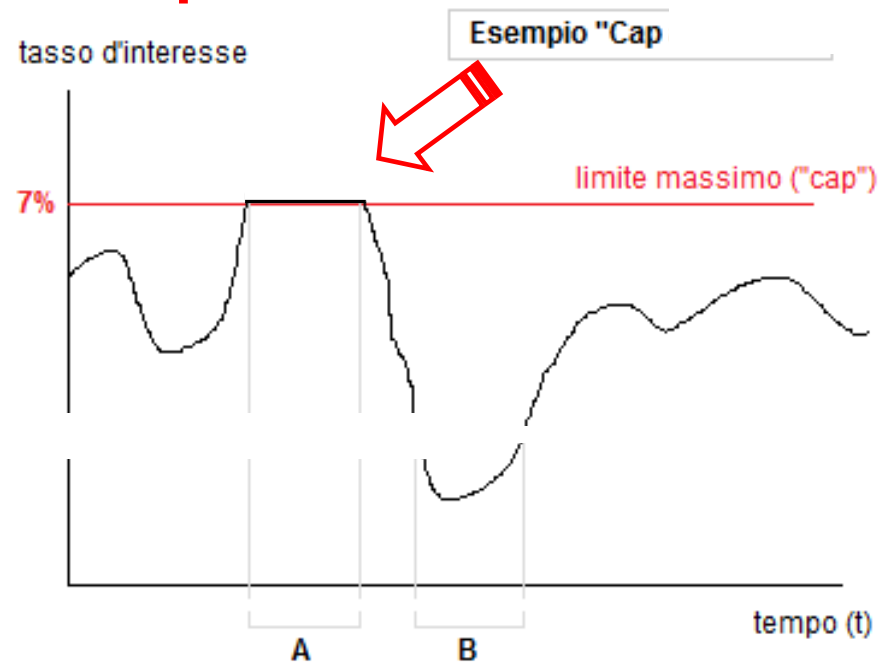
Rendimento cedolare

interesse obbligazione (5%)	+	costo opzione venduta (3%)	=	cedola reverse convertible (8%)
-----------------------------	---	----------------------------	---	---------------------------------

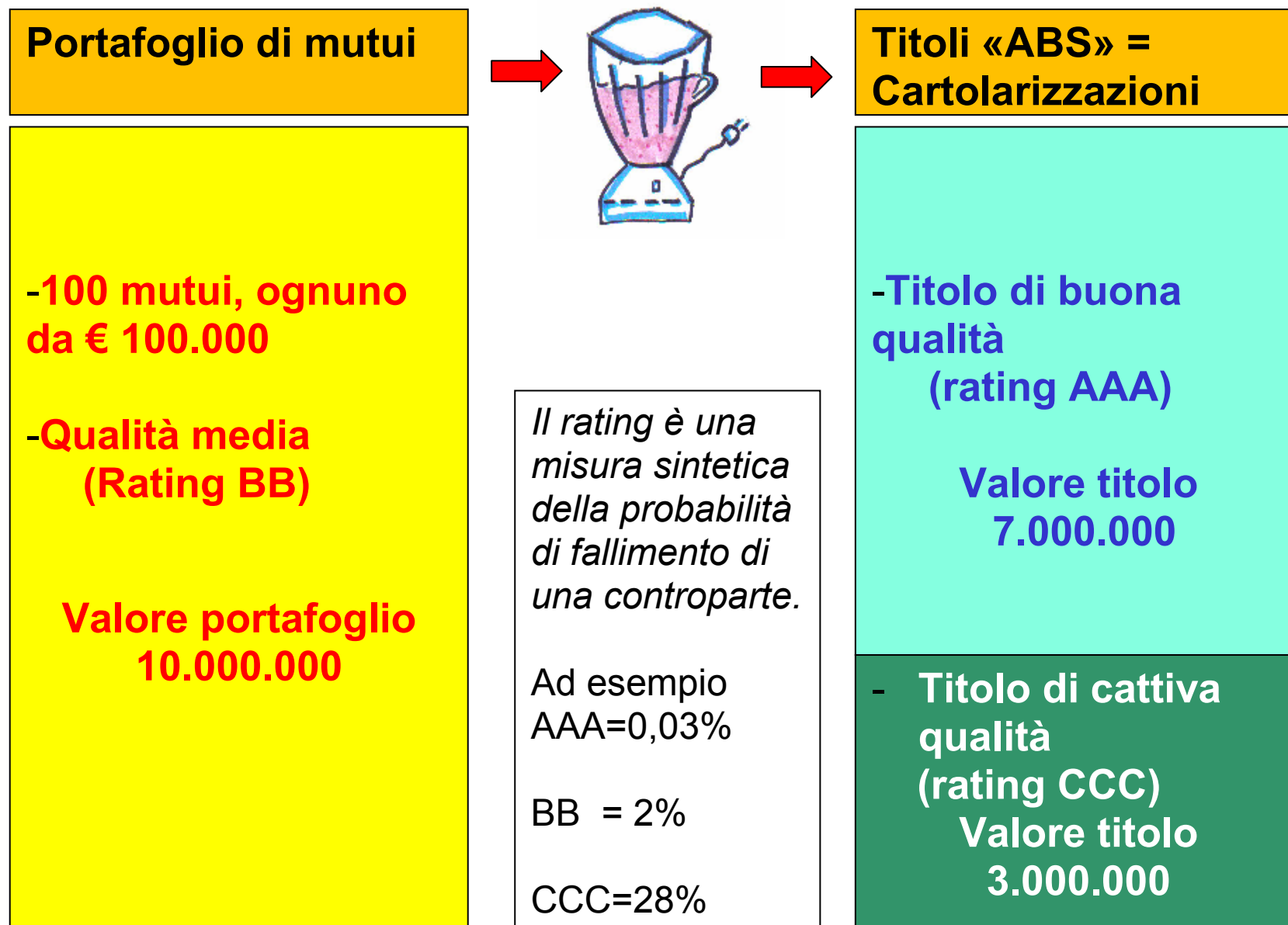


Mutuo con cap

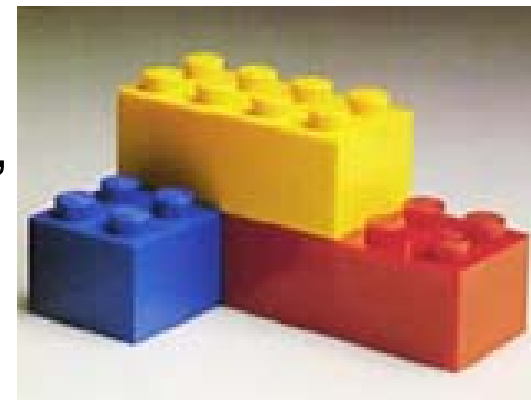
- **Mutui a tasso variabile** che prevedono un **tetto massimo** al **tasso di interesse** oltre il quale l'importo della rata da rimborsare sarà a carico della banca.
- La stipula del mutuo implica **l'acquisto** di un'**opzione call** da parte del cliente → presenta un **costo complessivo più elevato** dei mutui variabili senza cap = **spread + costo opzione.**



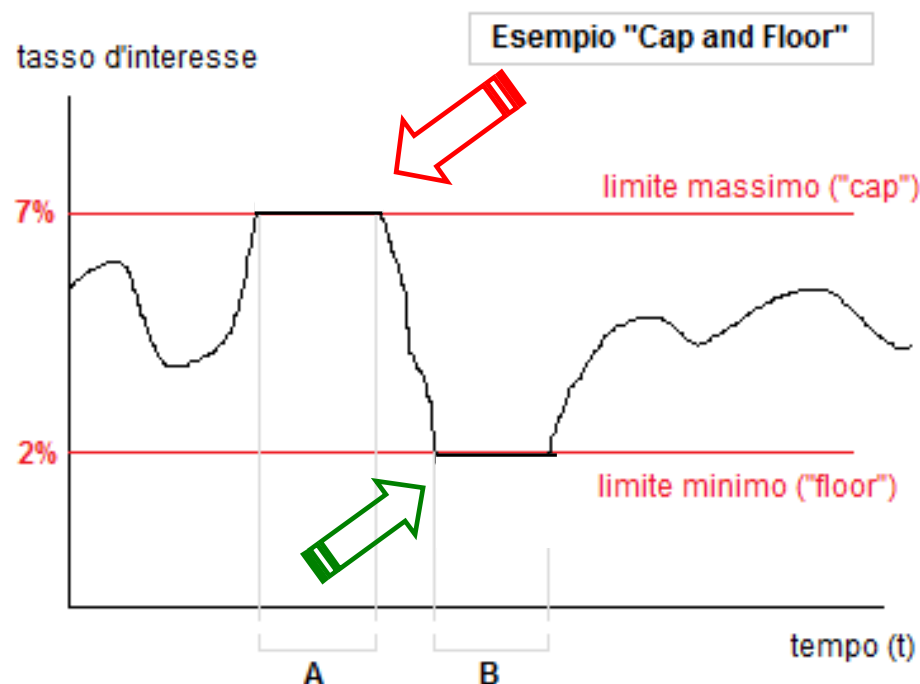
Mutui e cartolarizzazioni



Prodotti per le aziende



- Strumenti derivati per “coprire” o “esporsi” a diversi andamenti dei tassi d’interesse: Opzioni su tassi d’interesse: Cap, Floor e Collar (Cap+Floor)
- **Cap (tetto, cappello)**: si **compra un’opzione call** sui tassi d’interesse e si guadagna se i tassi salgono (qualcuno mi paga se i tassi salgono)
- **Floor (pavimento)**: si **vende un’opzione put** sui tassi, si paga un tasso d’interesse fisso quando i tassi sono in fase di discesa



CONCLUSIONI:

- Difficile prevedere un «ritorno all'antico»:
 - **finanziarizzazione dell'economia**: tutti gli agenti economici fanno uso quotidianamente di strumenti finanziari più o meno complessi

....ma....

- l'utilizzo di modelli matematici molto sofisticati alla finanza deve avvenire in modo coscienzioso
 - **«Legge di conservazione»**: la materia non si crea e **non si distrugge**, si trasforma
- l'approccio scientifico e rigoroso che ha contraddistinto tutto l'incredibile percorso professionale di Franco Rasetti deve fare da guida